Преподаватель — субъект профессиональной деятельности — реализует педагогические установки, направленные на развитие обучающегося, проектирование собственной деятельности и деятельности студента в конкретных ситуациях, рефлексию собственного педагогического опыта.

Вместе с тем преподаватель отечественного вуза должен определиться с необходимостью осмысления современных тенденций, связанных с созданием единой зоны европейского высшего образования (Болонский процесс), то есть переосмыслить содержание и характер своей профессиональной деятельности.

Высшей школе нужен педагог новой формации. Традиционный преподаватель (монополист в передаче и интерпретации необходимого знания) уходит со сцены. Инновационный подход в обучении будет характеризоваться большим объемом самостоятельной работы студентов, их вовлечением в реальные проекты, появлением коллективных форм учебной работы, при которых акцент делается не на запоминании энциклопедического набора знаний из разных областей, а на владении умениями коммуникации, анализа, понимания, принятия решений. И оценка профессионализма преподавателя высшей школы также будет основана на базовых знаниях информационных технологий, разработке и применении в образовательном процессе электронных учебно-методических материалов, владении методическими приемами использования слайд-лекций, интернет-семинаров, онлайн-занятий и т. п.

В связи с этим развитие инновационного образования в вузе является основой не только повышения ценности человеческого капитала, но и формирования инновационного потенциала как в отдельном регионе, так и в республике в целом.

Список использованных источников

1. Краткий словарь современных понятий и терминов / Н.Т. Бунимович [и др.], сост., общ. ред. В.А. Макаренко. — 3-е изд., дораб. и доп. — М. : Республика, 2000. — 669 с.
2. Формирование общества, основанного на знаниях. Новые задачи высшей школы : докл. Всемир. банка / пер. с англ. — М. : Весь мир, 2003. — 199 с.
3. *Кухарев Н. В.* Стимулирование педагогического творчества / Н.В. Кухарев, В.С. Решетько. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 1997. — 144 с.
4. *Жук, А.И.* Деятельностный подход в повышении квалификации: активные методы обучения / А.И. Жук, Н.Н. Кашель / Ин-т повышения квалификации и переподгот. руководящих работников и специалистов образования. — Минск, 1994. — 96 с.

25.11.2013

УДК 330.4

С. Ф. Каморников

РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ ЧИСЛА В КОНТЕКСТЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

Существующие источники, рассматривая проблему развития числа, останавливаются в основном на научной трактовке темы расширения числа и не проводят содержательного анализа взаимодействия такого процесса с экономической практикой. В работе предпринимается попытка системного изложения экономического контекста развития понятия числа, делается вывод о том, что роль количественных методов в экономике постепенно нарастает. При этом производственная доминанта в развитии темы числа ослабевает, а научная усиливается. Отмечается, что глубокая научная аргументация необходимости изучения математики является важной составляющей методики преподавания математических курсов для студентов экономических специальностей вузов. Значительное место при этом должно отводиться анализу роли экономической практики в развитии понятия числа.

In the article the author makes an attempt to summarize systematically an economic context of development of number concept. The conclusion that the role of quantitative methods in economy gradually accrues is drawn. Thus the production dominant in development of a subject of number weakens, but scientific one amplifies. It is noted that the deep scientific argument of neccesitu of studying of mathematics is an important component of a teaching technique of mathematical courses for students of economic specialties of higher education institutions. The important place has to be assigned to the analysis of a part of economic practice in development of number concept.

Важной составляющей методики преподавания математических курсов («Высшая математика», «Эконометрика и экономико-математические методы и модели») для студентов экономических специальностей вузов является привязка материала к экономике и глубокая научная аргументация необходимости изучения математики. Это позволяет ставить более конкретные образовательные задачи и повышает мотивацию изучения математических дисциплин.

Обоснование математических подходов в экономике немыслимо без уяснения роли числа как основного инструмента человеческой практики, используемого для описания и анализа количественных отношений. К сожалению, существующие литературные источники (например, [1; 2; 3; 4]) проблему взаимосвязи генезиса числа и экономической практики либо вообще не рассматривают и останавливаются на научной трактовке темы расширения числа, либо рассматривают отрывочно. Как правило, авторы ограничиваются простой констатацией факта такой связи и не проводят содержательного исторического анализа. В данной работе предпринимается попытка системного изложения экономического контекста развития чисел от натуральных до действительных.

Числа и экономика

Число является одним из основных понятий математики. Оно служит для описания и исследования количественного содержания, позволяет выразить результаты счета и измерения, а потому повседневно сопровождает человека в его практической деятельности.

Принципиально область применения чисел не ограничена. Однако роль и значение их в разных сферах отличны. В тех областях, где действующие закономерности имеют более выраженный количественный характер (механика, физика), числа применяются шире. Если же говорить о социальных и гуманитарных науках, то в них количественные методы играют подчиненную роль.

Экономические явления, конечно, больше подвержены качественному анализу. Однако и в экономике количественные методы представлены широко. И связано это прежде всего с тем, что многие экономические понятия имеют числовую оценку: производство товаров связано с их объемом, распределение — с ценой, потребление — с доходом, ограниченность ресурсов — с предельными показателями этих ресурсов.

Если говорить о связи между понятием числа и экономикой, то она двояка. Принципиальная схема ее представлена на рис. 1.

С одной стороны, на всех этапах развития человечества число являлось тем вспомогательным инструментом, который оказывал людям существенную поддержку в их хозяйственной деятельности, в изучении экономических процессов и явлений, требующих рассмотрения их с количественной стороны.

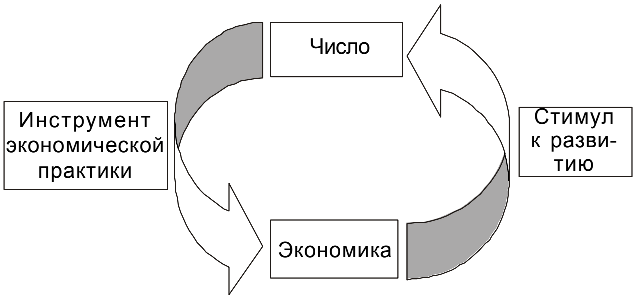

Рис. 1. Число и экономика: взаимосвязь

Обратная диалектика отмеченной связи проявлялась в том, что экономическая деятельность человека, по сути, во многом стала той движущей силой, под давлением которой развивались и сами числа. Как отметил Ф. Энгельс в «Анти-Дюринг», «понятие числа заимствовано исключительно из внешнего мира, а не возникло в голове из чистого мышления» [5, с. 37]. Такую точку зрения поддерживают многие. В частности, известный немецкий математик Леопольд Кронекер по этому поводу произнес следующую знаменитую фразу: «Бог создал натуральные числа, все остальное есть дело рук человеческих» [6, с. 25].

Конечно, рассматривая историю развития чисел, нельзя все свести только к практической экономической деятельности людей [7; 8]. Да, изначально числа использовались только для того, чтобы подсчитать и измерить результаты труда. Далее все чаще появлялись проблемы, относящиеся исключительно к числам. Их решением стал заниматься такой раздел математики, как арифметика.

На первом этапе развития математики (до VI в. до н. э.) производственная составляющая взаимосвязи экономики и числа являлась подавляющей. В этот период формирование чисел (натуральных, целых и рациональных) и их развитие во многом проходили в доминирующей зависимости от запросов экономической практики (рис. 2).

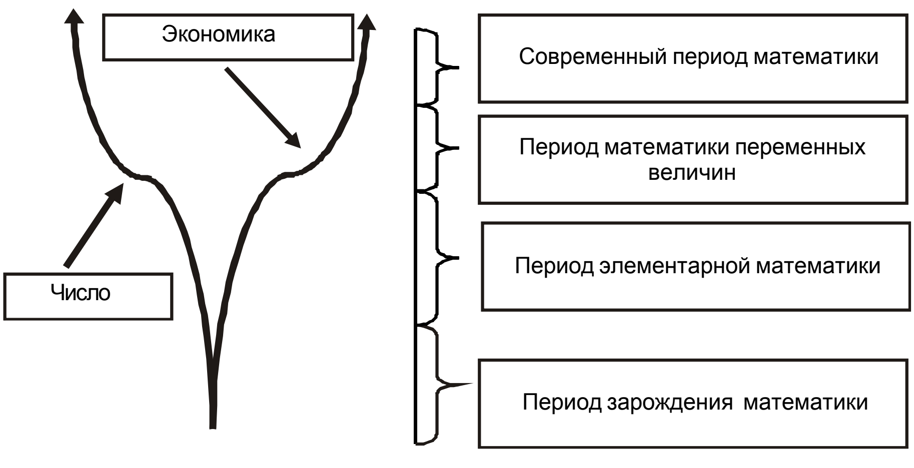

Рис. 2. Число и экономика: параллельное развитие

Однако позже, начиная с периода элементарной математики, число стало неотъемлемой частью математики как науки и история его развития уже в значительной степени обуславливалась наукой. Расхождение путей развития числа (как научного объекта) и экономики было постепенным. Например, еще в III в. до н. э. греки отделяли арифметику как науку от арифметики как искусства счисления. Дроби с точки зрения греков можно было употреблять только для решения каких-либо практических задач, но им нет места среди чисел, которые изучает арифметика.

Если в период элементарной математики влияние экономической практики на число еще достаточно заметно (оно отразилось, в частности, при формировании дробей, корней и логарифмов), то в эпоху переменных величин и на современном этапе развития математики стала заметно превалировать научная составляющая взаимосвязи. Здесь уже математика, переосмыслив содержание количественного отношения, свою связь с экономикой перевела в плоскость приложения разработанных математических теорий к решению сложных экономических задач.

Натуральные числа

Как известно, натуральными называются числа, используемые при счете: 1, 2, 3... Считается, что термин «натуральное число» впервые употребил римский государственный деятель и философ Боэций (480–524 гг. н. э.).

Понятие натурального числа, появившееся в связи с необходимостью счета предметов, возникло еще в эпоху дикости. Как отмечают историки [9], первоначальные представления о натуральном числе относятся к отдаленной эпохе древнего каменного века — палеолиту (30–10 тыс. до н. э.). В этот период практическая экономическая деятельность человека ограничивалась простым собиранием растительной пищи, рыболовством, охотой, изготовлением одежды и простейших орудий. За 200 столетий человек научился обращаться с огнем, изобрел копье, лук со стрелами, бумеранг, каменный топор. Эпоха дикости закончилась с изобретением гончарного искусства, приручением животных и окультуриванием злаков.

С появлением первых орудий возник институт собственности: личное имущество, инструменты, оружие. Личный характер собственности способствовал выделению единицы из понятия «много», тем самым инициировал возникновение счета.

Большое количество данных показывает (например, [9]), что в среднем палеолите люди начали обмениваться между собой товарами. Переход в позднем палеолите от кочевого к оседлому образу жизни привел к изобретению общинных центров, в которых накапливались запасы фуража и пойманная дичь. Необходимость учитывать запасы, контролировать обмен, распределять одежду и пищу и способствовала зарождению простейших форм счета. При этом понятие отвлеченного числа отсутствовало.

Первым шагом к возникновению примитивного счета стало установление взаимно однозначного соответствия между пересчитываемыми предметами и элементами некоторого другого множества. Особую роль в этом сыграл простейший товарный обмен, в процессе которого обмениваемые предметы просто раскладывались в два ряда, так что взаимно однозначное соответствие между ними устанавливалось фактически.

Переход в неолите (X–III тыс. до н. э.) от пассивного отношения к природе к активному производству (земледелию, скотоводству, изготовлению керамики, строительству) значительно продвинул людей в понимании и развитии числовых величин. Бронзовая эпоха (XXXIII–XIII вв. до н. э.) закрепила указанную тенденцию.

Центральную роль при этом играли следующие факторы:

1) увеличение объемов производимого продукта в связи с ростом производительных сил и появление его излишков;
2) возникновение частной собственности;
3) появление государственности как структуры, необходимой для распределения ресурсов и средств, поддерживающих социальную систему;
4) изобретение письменности.

При этом сам процесс формирования понятия натурального числа протекал следующим образом: примитивный пальцевой счет — счетные эталоны (камешки, узелки, ветки, зарубки) — словесный счет — письменная нумерация — счетные операции.

Отметим, что словесный счет начал развиваться, когда сельское хозяйство стало ведущей формой производства. При этом возникновение частной собственности и необходимость учитывать все возрастающее имущество подстегнули развитие словесного счета, заставили человека изобретать числа и их названия. Ученые полагают, что слово для обозначения сотни появилось 8000 лет назад, для обозначения тысячи — 7000 лет назад, а 6000 лет назад в Древнем Египте и Древнем Вавилоне употребляли названия чисел до миллиона.

Дальнейшее развитие экономических отношений вело людей по пути все большего и большего расширения и углубления понятия о натуральном числе.

Появление излишков продукта и увеличение богатства стимулировали обмен и торговлю. Возникновение государства с его аппаратом потребовало более масштабного учета имущества и привело к созданию налоговой системы. С появлением денег эти процессы стали происходить в денежной форме. Как итог, с одной стороны, это повлекло за собой зарождение письменной нумерации, а с другой — привело к появлению счетных операций, то есть действий над натуральными числами.

Важнейшие шаги в развитии натурального числа были сделаны древними государствами, одним из которых стала земледельческая цивилизация шумеров, возникшая в междуречье Тигра и Евфрата в IV–III тыс. до н. э. Запросы строительства, земледелия, торговли привели к развитию приемов решения различных арифметических задач. Шумеры разработали письменность (клинопись), создали письменную систему счисления, заложили основы арифметики.

Первоначально арифметика развивалась как система, имеющая прикладную хозяйственную направленность. Существует предположение, сделанное на основе анализа клинописных текстов, что первые, не ограничивающиеся экономической практикой арифметические примеры появились в Вавилоне в конце II тыс. до н. э. в «школах писцов», где ученики готовились к счетно-хозяйственной деятельности.

Похожими путями развитие натурального числа проходило в цивилизациях Древнего Египта и Древней Индии. При этом каждая вносила свой вклад в современное представление натурального числа. Например, в Древней Индии родилась позиционная система счисления, позволяющая записать любое натуральное число при помощи десяти знаков — цифр от 0 до 9 (в отличие от современной десятичной системы счисления, шумерская система была шестидесятеричной).

Целые числа

Целыми числами называются все натуральные числа, противоположные им числа и нуль, то есть числа вида $\pm n$, где n — натуральное число или нуль: ...–4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4...

Бытующее мнение о том, что расширение натурального числа обусловлено только развитием математики (необходимость рассмотрения целых чисел продиктована невозможностью в общем случае вычесть из одного натурального числа другое), не совсем соответствует действительности. По-видимому, правда состоит в том, что, в отличие от натуральных чисел, целые отрицательные числа действительно имеют меньшую опору в экономической практике человека. Но все же такая опора существует.

Первые представления об отрицательных числах возникли в Китае еще в X в. до н. э. Во II в. до н. э. китайский ученый Чжан Цань в книге «Арифметика в девяти главах» привел правила действий с отрицательными числами, которые он интерпретировал как долг, а положительные — как имущество. При этом положительные числа он записывал красными чернилами, отрицательные — черными. Такой способ использовался в Китае до середины XII в., когда было предложено более удобное обозначение: числа, которые имели отрицательное значение, перечеркивались черточкой наискось справа налево.

Аналогичная картина наблюдалась позже в Индии (VI–XI в. н. э.), где отрицательные числа долгое время назывались «долгами» или «недостачей». Например, в работе индийского математика Брахмагупты (около 660 г.) имеет место следующая трактовка арифметических операций: «Имущество и имущество есть имущество, сумма двух долгов есть долг. Долг, который отнимают от нуля, становится имуществом, а имущество — долгом. Если нужно отнять имущество от долга, а долг от имущества, то берут их сумму» [10].

В Европе об отрицательных числах первым написал Леонардо Пизанский (Фиббоначи) в 1202 г. Изначально они также трактовались как долг.

У Леонардо Пизанского отрицательное число именовалось как *debitum*, что в переводе с латинского означает «долг» [3, с. 177]. От существительного *debitum* происходит и слово *debet*, означающее «он должен» и используемое сегодня в стандартной схеме бухгалтерского учета. На пассивных бухгалтерских счетах дебет отражает расход денежных средств.

Научное понимание необходимости отрицательных чисел приходило постепенно. Долгое время математиками (например, Виетом) они не признавались наравне с положительными числами.

Рациональные числа

Рациональными называются числа, представляемые в виде дроби m/n, где m и n — целые числа ($n \neq 0$). История их развития идет от понятия арифметической дроби, трактуемой как число, составленное из целого числа долей единицы. При этом первые упоминания о дробях в древнеегипетском папирусе Ахмеса, относящиеся к началу II тыс. до н. э., связаны с понятием *аликвотной* дроби (дроби вида $1/n$). В древневавилонских памятниках письменности фигурируют *сексагезимальные* дроби (дроби, числитель которых является произвольным натуральным числом, а знаменатель — степенью числа 60).

Оба подхода не являются случайными. Их развитие тесно связано с практической экономической деятельностью людей.

Знакомство человека с дробными числами началось с аликвотных дробей и связано с такой экономической функцией, как распределение. Например, первые представления о простейших дробях 1/2 (половина), 1/3 (треть), 1/4 (четверть) появились у наших предков при разделе добычи после охоты.

Значение распределительной функции экономики ярко проявилось при формировании дроби 2/3. Это была единственная дробь в обиходе египетских писцов, у которой в числителе не стояла единица. История ее связана со спецификой формирования семейных фондов в древнеегипетских семьях: при заключении брака создавался семейный фонд, 2/3 которого принадлежало мужу и 1/3 — жене. Фонд выполнял роль социального пособия детям на случай смерти родителей.

Второй существенной причиной появления аликвотных дробей следует считать измерение величин при помощи выбранной единицы. Практические потребности (например, в строительстве) в более точных измерениях привели к тому, что начальные единицы меры начали дробить на 2, 3 и более частей. Более мелкой единице меры, которую получали как следствие раздробления, давали индивидуальное название, и величины измеряли уже этой более мелкой единицей.

Дроби как части каких-то определенных мер нашли свое отражение и в сексагезимальности. Происхождение сексагезимальных дробей связано с тем, что вавилонские денежно-весовые единицы подразделялись в силу исторических условий на 60 равных частей: 1 талант = 60 мин; 1 мина = 60 шекелей. Поэтому шестидесятые доли были более привычными для вавилонян.

С точки зрения практического использования дробей в товарно-денежном обмене шумерская система превосходит применяющуюся в настоящее время десятичную систему. Это связано с тем, что число 60 имеет десять нетривиальных делителей (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30), а 100 — всего семь. Поэтому, разделив целое на 60 частей, можно было выделить его половину, третью часть и т. д., наконец тридцатую часть целого. В то же время при разделе целого на 100 частей выделить, например, треть не представляется возможным.

Важную роль в формировании дробей сыграли проценты, появление которых связано с развитием торговли и ростовщичества. Прообразом процентного сравнения стала родившаяся в Древнем Вавилоне идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями. Она давала возможность упрощать вычисления и стандартизовать сравнение частей между собой. Уже в клинописных таблицах вавилонян содержатся задачи на расчет шестидесятиричных «процентов». До нас дошли составленные вавилонянами таблицы, которые позволяли быстро определить сумму наращенных (процентных) денег.

Современная трактовка процента появилась в Индии в связи с развитием десятичной системы счисления (слово «процент» происходит от латинского выражения *pro centum*, что буквально переводится «от ста»). При этом индийские математики вычисляли проценты, пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов. Подобные денежные расчеты были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые платил должник заимодавцу за каждую сотню. От римлян проценты перешли к другим народам.

Долгое время под процентами понимались исключительно прибыль и убыток на каждые 100 денежных единиц. Они использовались только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты задействовались в других практических расчетах.

Действительные числа

Действительное число определяется как бесконечная десятичная дробь, то есть выражение вида $\pm a_0,a_1a_2...a_n...$, где ± — один из символов «+» или «–», называемый знаком числа; a_0 — целое неотрицательное число; a_1, a_2, ..., a_n, ... — последовательность десятичных знаков. В случае бесконечной периодической десятичной дроби получается рациональное число, в случае непериодической — иррациональное. Таким образом, множество действительных чисел — это объединение всех рациональных и всех иррациональных чисел.

Если натуральные числа возникли в процессе практического счета, рациональные — из потребности оперировать частями целого, то действительные числа предназначены для измерения и изучения непрерывно изменяющихся величин. Совокупность рациональных чисел оказалась недостаточной для таких целей.

Необходимость расширения рационального числа до действительного была обусловлена как практическими экономическими применениями математики при выражении значения любой величины с помощью определенного числа, так и внутренними потребностями математики как науки.

Если говорить о практической составляющей в развитии действительного числа, то следует выделить два направления: соизмеримость отрезков и вычисление логарифмов.

При этом к понятию действительного числа люди подошли в древности: уже в Древнем Египте и Вавилоне были известны так называемые несоизмеримые отрезки. Классическим примером несоизмеримости отрезков является сторона квадрата и его диагональ. Однако факт существования несоизмеримых отрезков (вызвавший первый кризис в математике) тем не менее не тормозил развития строительной и технической практики, где чаще всего и проявлялась данная проблема. Греки разработали приемы, которые позволяли им добиваться любой необходимой точности измерения с помощью рациональных чисел.

Экономические потребности в действительных числах были в большей мере связаны с понятием логарифма. При этом, по мнению многих историков, именно появление логарифмов оказало сильнейшее влияние на формирование и признание иррациональных чисел.

Принцип, лежащий в основе любой системы логарифмов, известен очень давно и может быть прослежен вплоть до древневавилонской математики (около 2000 г. до н. э.) в связи с банковской деятельностью храмов, менял и ростовщиков. В те времена интерполяция между табличными значениями целых положительных степеней целых чисел использовалась для вычисления сложных процентов.

Тема сложных процентов особо актуализировалась в Средние века в Европе в связи с широким развитием торговли и банковского дела. Отдельные конторы и товарищества для облегчения труда при вычислениях процентов разрабатывали свои особые таблицы, которые составляли коммерческий секрет фирмы.

Требования практической жизни подталкивали вычислителей на поиски путей для упрощения процесса сложных расчетов. В 1584 г. инженер Симон Стевин (Нидерланды), первый в Европе пользовавшийся десятичными дробями, опубликовал таблицу для расчета сложных процентов, то есть таблицу значений чисел $(1 + r)^n$ при различных значениях r: $r = 0{,}02$; 0,03; 0,04... Знакомство с этими таблицами натолкнуло швейцарца И. Бюрги в 1620 г. на мысль составить свои таблицы, которые были бы пригодны для облегчения всевозможных вычислений, а не только торгово-финансовых, как таблица Стевина. Независимо от Бюрги таблицу логарифмов составил и шотландец Д. Непер в 1614 г.

Логарифмы нашли самое широкое применение при обработке результатов вычислений. Использование в вычислениях вместо чисел их логарифмов позволило заменить умножение более простой операцией сложения, деление — вычитанием, возведение в степень — умножением и извлечение корней — делением. Это их приложение до сих пор остается одним из самых главных.

Выводы

На действительных числах история не заканчивается. К настоящему времени существуют их многочисленные обобщения: комплексные числа, кватернионы, векторы, матрицы, трансфинитные числа и др. Более того, современная математика сталкивается с величинами такой сложной природы, что для их изучения приходится изобретать все новые обобщения.

Конечно, в этом процессе фундаментальная составляющая сегодня является доминирующей, а экономика все больше ориентируется на использование развивающегося математического аппарата. Но даже при этом и на современном этапе существуют примеры прямого влияния экономики на числовые обобщения. Достаточно вспомнить, что развитие продуктивных матриц было инициировано практикой применения моделей межотраслевого баланса.

Список использованных источников

1. *Нечаев, В.И.* Числовые системы / В.И. Нечаев. — М. : Просвещение, 1975. — 199 с.
2. *Бурбаки, Н.* Очерки по истории математики / Н. Бурбаки. — М. : Иностранная литература, 1963. — 292 с.
3. *Гусак, А.А.* В мире чисел / А.А. Гусак [и др.]. — Минск : Народная асвета, 1987. — 192 с.
4. *Блох, А.Ш.* Числовые системы / А.Ш. Блох. — Минск : Высшая школа, 1982. — 160 с.
5. *Энгельс, Ф.* Анти-Дюринг / Ф. Энгельс // Сочинения : в 50 т. / К. Маркс, Ф. Энгельс. — 2-е изд. — М.: Гос. изд-во полит. лит., 1961. — Т. 20. — С. 1–338.
6. *Клини, С.К.* Введение в метаматематику / С.К. Клини. — М. : Мир, 1957. — 528 с.
7. Математический энциклопедический словарь / под ред. Ю.В. Прохорова. — М. : Советская энциклопедия, 1988. — 848 с.
8. Энциклопедия элементарной математики / под ред. П.С. Александрова [и др.]. — М.; Л. : Гос. изд. техн.-теорет. лит., 1951. — Т. 1. — 448 с.
9. *Березин, И.С.* Краткая история экономического развития : учеб. пособие / И.С. Березин. — М. : Русская деловая литература, 1999. — 288 с.
10. *Володарский, А.И.* Очерки истории средневековой индийской математики / А.И. Володарский. — М. : Наука, 1977. — 182 с.

11.11.2013